

„ADOLF HAIMOVICI” ALKALMAZOTT MATEMATIKA VERSENY
KÖRZETI SZAKASZ

2020. február 8.
IX . OSZTÁLY

(4 órás program)

- 1.) Oldd meg az $\left[\frac{x^2 + x}{2} + 2019 \right] = |x + 2020|$ egyenletet, ahol $[a]$ és $|a|$ az a valós szám egészrészét és modulusát jelöli!
- 2.) Igazold, hogy bármely n , $n \geq 2$ természetes szám esetén a $\sqrt{2020^n - 2021}$ nem természetes szám!
- 3.) Igazold az alábbi egyenlőtlenségeket!
- a) $\frac{a^2}{b^3} + \frac{b^2}{a^3} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, $\forall a, b \in \mathbb{R}_+^*$
- b) $\frac{x^{2020} + y^{2020}}{z^{3030}} + \frac{y^{2020} + z^{2020}}{x^{3030}} + \frac{z^{2020} + x^{2020}}{y^{3030}} \geq 2 \left(\frac{1}{x^{1010}} + \frac{1}{y^{1010}} + \frac{1}{z^{1010}} \right)$, $\forall x, y, z \in \mathbb{R}^*$
- 4.) Adott az $ABCDE$ körbeírt ötszög. Jelölje H_1, H_2, H_3 és H_4 az ABC , BCD , CDE illetve az ACE háromszögek ortocentrumait. Igazold, hogy az $H_1H_2H_3H_4$ négyszög egy paralelogramma!

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Munkaidő 3 óra.